1A

УДК 681.51.015

В.А. Афанасьев, Ю.В. Наталуха, В.В. Токарев, Ю.Е. Хорошайло
Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина
Украина, 61166 г. Харьков, пр. Ленина 14, ХНУРЭ

Математическая модель метода сравнения в динамических системах

V.A. Afanasiev, Y.V. Natalukha, V.V. Tokarev, Y.E. Horoshajlo
Kharkov National University of Radioelectronics, Ukraine
Ukraine, 61166 Kharkov, Lenin Avenue 14, KNURE

Mathematical Model of the Method of Comparison in a Dynamic System

В.А. Афанасьєв, Ю.В. Наталуха, В.В. Токарєв, Ю.Є. Хорошайло
Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна
Україна, 61166 м. Харків, пр. Леніна 14, ХНУРЕ

Математична модель методу порівняння у динамічних системах

В работе рассматривается метод сравнения, позволяющий существенно повысить точность процессов идентификации, что ведет к улучшению контроля и управления для различных объектов и систем. Метод сравнения позволяет фиксировать значения предиката $\Phi(x, y)$ как функцию двух входных сигналов, а предикат $\Phi(x, y)$ представить в виде: $\Phi(x, y) = D(\varphi(x), \varphi(y))$, где элементы (x) и (y) пробегают произвольную абелеву группу G, а $\varphi : G \to L$ – гомоморфизм G на некоторую абелеву группу L, т.е. φ – отображение G на L, удовлетворяющее условию: $\varphi(x + y) = \varphi(x) + \varphi(y)$.
Ключевые слова: метод сравнения, идентификация, динамическая система.

In comparison, a method that allows substantially increase the accuracy of the identification process, leading to improved control of various objects and systems. The comparison method allows to fix the value of the predicate $\Phi(x, y)$ as a function of the two input signals, and the predicate $\Phi(x, y)$ represented in the form $\Phi(x, y) = D(\varphi(x), \varphi(y))$ where the elements (x) and (y) run arbitrary Abelian group G, and $\varphi : G \to L$ – homomorphism G on some Abelian group L, ie φ – Mapping G t o L satisfy the condition: $\varphi(x + y) = \varphi(x) + \varphi(y)$.
Keywords: method of comparison, identification, dynamic system.

У роботі розглядається метод порівняння, що дозволяє істотно підвищити точність процесів ідентифікації, що веде до поліпшення контролю і управління для різних об'єктів і систем. Метод порівняння дозволяє фіксувати значення предиката $\Phi(x, y)$ як функцію двох вхідних сигналів, а предикат $\Phi(x, y)$ представити у вигляді: $\Phi(x, y) = D(\varphi(x), \varphi(y))$, де елементи (x) і (y) пробігають довільну абелеву групу G, а $\varphi : G \to L$ – гомоморфізм G на деяку абелеву групу L, тобто φ – відображення G на L задовольняє умові: $\varphi(x + y) = \varphi(x) + \varphi(y)$.
Ключові слова: метод порівняння, ідентифікація, динамічна система.

Введение

В настоящее время применение автоматизированной системы управления технологическими процессами является основной тенденцией развития современного промышленного производства. В связи с широкой автоматизацией производственных процессов значительно возрастает интерес к методам построения математических моделей реальных динамических систем управления и особенно к одному из этих методов идентификации.

Известны линейные и нелинейные динамические системы, методы исследования которых существенно различаются между собой. Ранее известные методы идентификации линейных динамических систем были основаны на использовании синусоидальных, ступенчатых и импульсных входных сигналов. Измерению подлежали входные и выходные сигналы. Чем больше измерений, тем выше качество идентификации. Метод сравнения, который используется в данной работе для идентификации линейных динамических систем, основан не на измерении, а на сравнении выходных сигналов. Его преимущества перед основными методами идентификации в том, что он обладает большей точностью и иногда позволяет произвести идентификацию нелинейных систем.

В случаях, когда измерение выходного сигнала невозможно, а известны реакции на пары подаваемых сигналов, применение метода сравнения является единственно возможным.

Поэтому предлагается использовать метод сравнения для идентификации линейных динамических систем в технике, хотя сам метод уже дано используется в колориметрии – науке об изменении цвета.

Цель работы

Работа посвящена формализации процессов идентификации на основе линейно-порожденных предикатов, а также изучению свойств этих предикатов в плане построения наиболее рациональных с практической точки зрения систем идентификации.

Наибольшее число математических моделей, в достаточной степени адекватно отражающих анализируемые процессы, базируются на описании, использующем конечный набор линейных функционалов. Это соответствует тому, что пространство входных сигналов отображается с помощью линейного преобразования φ в n-мерное арифметическое пространство: $\varphi : H \to R^n$, где H – вещественное гильбертово пространство, которое выбирается в качестве входного, так как оно позволяет с достаточной степенью точности описывать практически все характеристики рассматриваемых динамических систем.

Метод сравнения позволяет фиксировать значения предиката $\Phi(x, y)$ как функцию двух входных сигналов и изучать свойства этой функции, а предикат $\Phi(x, y)$ представляется в виде $\Phi(x, y) = Д(\varphi(x), \varphi(y))$, где $Д(x, y)$ – предикат равенства на декартовом квадрате $H \times H$, а φ – непрерывный линейный оператор из H на конечномерное линейное пространство над полем вещественных чисел.

Постановка задачи и ее решение. Рассмотрим предикаты более общего вида:

$$\Phi(x, y) = Д(\varphi(x), \varphi(y)), \tag{1}$$

где элементы x и y пробегают произвольную абелеву группу G, а $\varphi : G \to L$ – гомоморфизм G на некоторую абелеву группу L, т.е. φ – отображение G на L, удовлетворяющее условию:

$$\varphi(x + y) = \varphi(x) + \varphi(y), \tag{2}$$

Предикат $\Phi(x,y)$ осуществляет на G отношение эквивалентности, т.е. симметричное, рефлексивное и транзитивное отношение:

$$x \sim y, \text{если}\, \Phi(x,y)=1, \tag{3}$$

Пусть $A_0, A_1, ..., A_n$ – классы эквивалентных между собой элементов группы G. Тогда отношение эквивалентности согласовано с операцией сложения в G, т.е. выполняются условия:

$$x_1 \sim y_1, x_2 \sim y_2, \text{то}\, x_1+x_2 \sim y_1+y_2, \tag{4}$$

Классы эквивалентности $A_i \; (i=0,1,......,n)$ являются полными прообразами элементов $a \in L$ группе G. Если $x \in G$ и $\varphi(x)=a$ A_i – класс эквивалентности, содержащий элемент x, то:

$$A_i=\{y \in G, \varphi(y)=a\}, \tag{5}$$

Если $y \in A_i$, то:

$$Д(\varphi(y),\varphi(x))=1 \,\text{или}\, Д(\varphi(y),a)=1 \Rightarrow \varphi(y)=a, \tag{6}$$

Наоборот, при $\varphi(y)=a$, имеем:

$$\Phi(x,y)=Д(\varphi(y),\varphi(x))=Д(a,a)=1, т.е.\, y \sim x, \tag{7}$$

В силу основной теоремы о гомоморфизмах групп полные прообразы элементов $a \in L$ при гомоморфизме $\varphi: G \to L$ являются смежными классами $x + A_0$ группы G по ядру отображения, $Ker\ \varphi = A_0$, где:

$$A_0=\{x \in G, \varphi(x)=0\}, \tag{8}$$

Классы A_i образуют фактор-группу G / A_i, изоморфную группе L:

$$G / A_0 \cong L, \tag{9}$$

Таким образом, отношения эквивалентности $x \sim y$ можно определить так:

$$x \sim y \leftrightarrow x + A_0 = y + A_0, \tag{10}$$

т.е. элементы $x, y \in G$ эквивалентны тогда и только тогда, когда они лежат в одном и том же смежном классе группы G по подгруппе $A_0 = Ker\varphi$. Это показывает, что предикат $\Phi(x,y)$ вида:

$$\Phi(x,y)=Д(\varphi(x),\varphi(y)), \tag{11}$$

вполне определяется заданием подгруппы:

$$A_0=\{x \in G, x \sim 0\}=Ker\varphi, \tag{12}$$

Метод сравнения позволяет на языке исчисления предикатов n-мерной линейности описывать системы, характеризующиеся конечным числом линейных функционалов.

Знание предиката $\Phi(x, y)$ дает информацию о разбиении множества входных сигналов на классы эквивалентности относительно неизвестного преобразователя φ, т.е. $\forall x, y \in L, x \square y$ тогда и только тогда, когда $\varphi(x) = \varphi(y)$.

При этом один преобразователь осуществляет более мелкое разбиение, другой – более крупное, что фактически определяет точность идентификации.

Выводы

Для формализации процесса разбиения множества входных сигналов на классы эквивалентности используем предикаты n-мерной линейности.

В качестве H выбирается подпространство $L_2[0,1]$ интегрируемых по Лебегу вещественных функций на отрезке $L_2[0,1]$.

В силу известной теоремы Рисса об общем виде линейного функционала на H, каждый линейный функционал $f_i(x)$ имеет вид:

$$f_i(x) = \int_0^1 x(t) a_i(t) dt,$$

где $x(t)$ пробегает $L_2[0,1]$, а $a_i(t) \in L_2[0,1]$ – фиксированная функция.

1. Осуществлена формализация процессов идентификации линейных динамических систем на базе предикатов n-мерной линейности.
2. Получен канонический вид предиката n-мерной линейности, который дает возможность реализации метода сравнения в задачах управления техническими системами.
3. При анализе различных входных сигналов линейных динамических систем, созданные алгоритмы сравнения предикатов повышают точность идентификации.
4. Разработаны удобные методы и алгоритмы проверки сравнения линейной независимости базисных функций для построения предикатов.
5. Построены алгоритмы перехода к различным базисам и различным функционалам в предикатах.

Литература

1. Рисс Ф. Лекции по функциональному анализу / Ф. Рисс, Б. Секефальви-Надь. – М : Мир, 1979. –587 с.
2. Курош А.Г. Теория групп / Курош А.Г. – М. : Наука, 1967. – 648 с.
3. Бураки Н. Общая топология / Бураки Н. – М. : Наука, 1969. – 392 с.
4. Горбатов В.А. Основы дискретной математики / Горбатов В.А. – М. : Высш. шк., 1986. – 311 с.
5. Березин И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков. – М. : Наука, 1966. – Т. 1. – 632 с.
6. Hilbert D. Grundlagen der mathematic / D.Hilbert and P. Bernays // Springer-Verlag. – 1968. – 557 с.

Literatura

1. F. Riesz, Sz.-Nagy, Lectures on functional analysis. Moscow: Mir, 1979. 587 s.
2. AG Kurosh, Theory of Groups. Moscow: Nauka, 1967, 648 s.
3. Beetroot N. General topology. Moscow: Nauka, 1969. 392 s.
4. In Gorbatov A. Fundamentals of Discrete Mathematics. M.: High. wk., 1986. 311 s.

5. Berezin, liquid NP calculation methods. Moscow: Nauka, 1966. V.1. 632 p.
6. D.Hilbert and P. Bernays. Grundlagen der mathematic // Springer - Verlag. 1968. 557 s.

RESUME

V.A. Afanasiev, Y.V. Natalukha, V.V. Tokarev, Y.E. Horoshajlo

Mathematical Model of the Method of Comparison in a Dynamic System

The work is devoted to the formalization of the processes of identification based on linear-generated predicates, as well as the study of the properties of these predicates in terms of building the most efficient from a practical point of view, identification systems.

The largest number of mathematical models that adequately reflect adequately analyzed processes, based on the description that uses a finite set of linear functionals. This reflects the fact that the space of the input signal displayed by a linear transformation φ in n-dimensional arithmetic space: $\varphi : H \to R^n$ where H – a real Hilbert space, which is chosen as the input, as it allows a sufficient degree of accuracy to describe almost all the characteristics of these dynamic systems.

The comparison method allows to fix the value of the predicate $\Phi(x, y)$ as a function of the two input signals and to study the properties of this function, and predicate $\Phi(x, y)$ is represented as $\Phi(x, y) = Д(\varphi(x), \varphi(y))$, where $Д(x, y)$ – the equality predicate on the Cartesian square $H \times H$, and φ – a continuous linear operator from H on finite-dimensional linear space over the field of real numbers.

Статья поступила в редакцию 05.04.2013.